APRIL/MAY 2024

CMA63 — COMPLEX ANALYSIS – II

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. State the fundamental theorem of Algebra.
இயற்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தை கூறுக.

2. Define Sequence and Series.
வரிசை மற்றும் தொடர்களை வரையறுக்கவும்.

3. Obtain Taylor Series for $\frac{1}{z-1}$ for $|z|<1$.

$\frac{1}{z-1}$, $|z|<1$ க்கான டெய்லர் தொடரை கூறுக.

4. Define Maclaurin's series.
மெக்லாரின் தொடரை வரையறுக்க.

5. Define Pole.
துருவத்தை வரையறுக்க.

6. Find the residue of $f(z) = \cot z$ at each pole.

ஒவ்வொரு துருவத்திலும் எச்சத்தைக் கண்டறி $f(z) = \cot z$.

7. Find the Singular points of the function $\frac{z^3}{(z-4)(z-8)}$.

$\frac{z^3}{(z-4)(z-8)}$ செயல்பாட்டின் ஒருமை புள்ளிகளைக் கண்டறி.

8. State Rouche's Theorem.

Rouche's தேற்றம் கூறுக.

9. Evaluate $\int_C \frac{z}{z-2} dz$, where C is $z = 1$.

$\int_C \frac{z}{z-2} dz$, $z = 1$ எனில் C எங்குள்ளது என்பதை மதிப்பிடுக.

10. Define branch point.

கிளை புள்ளியை வரையறுக்க.

பிராந்தியத்தில் பவர்த் தொடராக விரிவுபடுத்தவும்

$f(z) = \dfrac{z+3}{z(z^2 - z - 2)}$:

(அ) $z < 1$

(ஆ) $1 < |z| < 2$

(இ) $|z| > 2$

18. State and prove Cauchy's Residue's Theorem.

Cauchy's Residue's தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

19. Explain $\int_0^\infty \dfrac{\sin x}{x} dx = \dfrac{\pi}{2}$.

விளக்க : $\int_0^\infty \dfrac{\sin x}{x} dx = \dfrac{\pi}{2}$.

20. Evaluate $\int_0^\infty \dfrac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$ by using Contour integration.

Contour ஒருங்கிணைப்பைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக

$\int_0^\infty \dfrac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+4)}$.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) State and Prove Morera's Theorem.

மோரேராவின் தேற்றத்தை நிலைப்படுத்தி நிரூபியுங்கள்.

Or

(b) State and Prove Fundamental Theorem of Algebra.

இயற்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தை நிலைப்படுத்தி நிரூபிக்கவும்.

12. (a) Expand $f(x) = \dfrac{z^2 - 1}{(z+2)(z+3)}$ as a Laurent's series if $|z| < 2$.

லாரன்ஸ் தொடராக விரிவாக்கினால்

$f(x) = \dfrac{z^2 - 1}{(z+2)(z+3)}$, $|z| < 2$.

Or

(b) Find the Taylor expression for the function $f(z) = \dfrac{1}{(1+z)^2}$ about $z = -1$.

$f(z) = \dfrac{1}{(1+z)^2}$, $z = -1$ பற்றிய செயல்பாட்டிற்கான டெய்லர் விரிவாக்கத்தைக் கண்டறி.

13. (a) Find the residue of $\frac{z^3}{(z-1)^2\,(z-2)\,(z-3)}$ as its poles.

$\frac{z^3}{(z-1)^2\,(z-2)\,(z-3)}$ என்ற துருவங்களின் எச்சத்தைக் கண்டறி.

Or

(b) Evaluate $\int_C \frac{dz}{(z^2+4)^2}$ where C is $|z-1|=2$.

$\int_C \frac{dz}{(z^2+4)^2}$ $|z-1|=2$, எனில் C எங்குள்ளது என்பதை மதிப்பிடுக.

14. (a) State and prove Argument Theorem.

வாதத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபிக்கவும்.

Or

(b) Find the Singularities of the function $\frac{e^z}{(z-1)^2}$ of its Singular point.

$\frac{e^z}{(z-1)^2}$ அதன் ஒருமைப் புள்ளியின் செயல்பாட்டின் ஒருமைப்பாடுகளைக் கண்டறியவும்.

15. (a) Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{4\,d\theta}{5+4\sin\theta}$ using contour integrator.

$\int_0^{2\pi} \frac{4\,d\theta}{5+4\sin\theta}$ விளிம்பு ஒருங்கிணைப்பாளரைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.

Or

(b) Evaluate $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)^2}$.

மதிப்பிடுக $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)^2}$.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. State and Prove Maximum Modules Theorem.

Maximum Modules தேற்றத்தை நிலைப்படுத்தி நிரூபிக்கவும்.

17. Expand $f(z) = \frac{z+3}{z(z^2-z-2)}$ as a power series in the region.

(a) $z<1$

(b) $1<|z|<2$

(c) $|z|>2$